

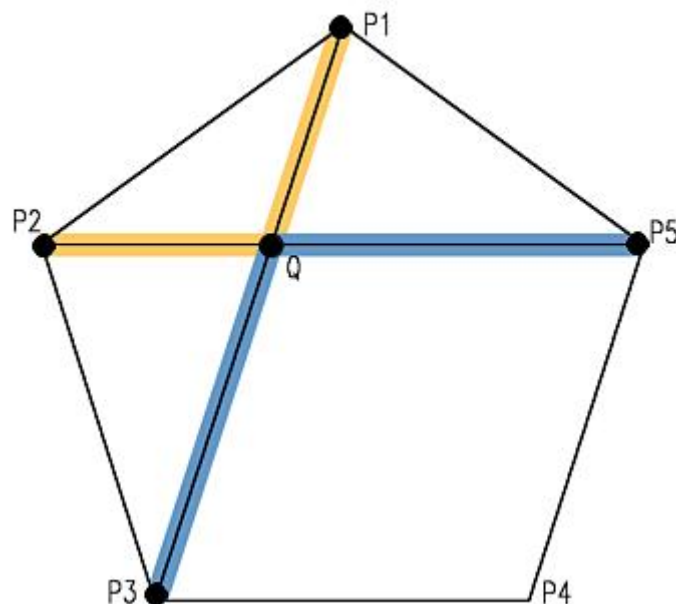
DAS REGULÄRE FÜNFECK UND DAS PENTAGRAMM

Am regulären Fünfeck tritt der goldene Schnitt besonders eindrucksvoll in Erscheinung. In der Tat ist das reguläre Fünfeck das wichtigste mathematische Objekt, das in Zusammenhang mit dem goldenen Schnitt steht. In den "Elementen" von Euklid wird der goldene Schnitt vor allem deswegen eingeführt, um ein reguläres Fünfeck konstruieren zu können.

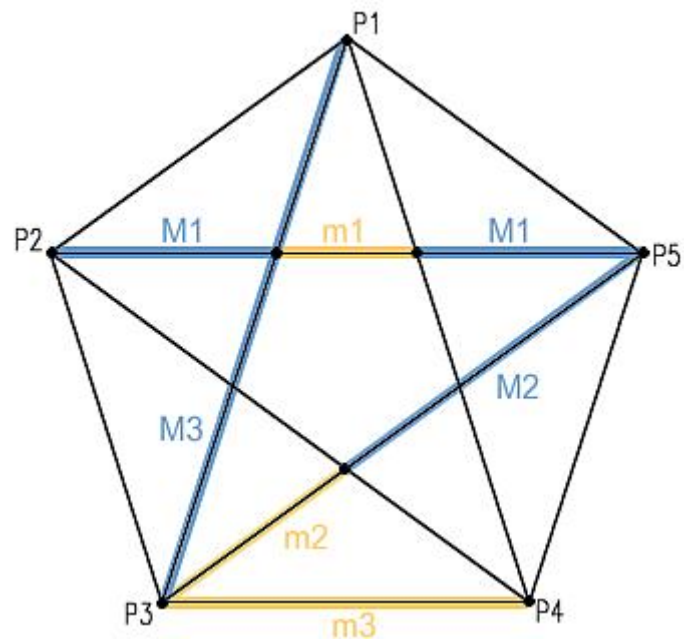
Ein konvexes n -Eck heißt regulär, falls alle seine Seiten die gleiche Länge haben und alle Innenwinkel gleich groß sind. Die Winkelsumme eines beliebigen n -Ecks ist gleich $(n-2) \times 180^\circ$; dementsprechend hat das Fünfeck eine Winkelsumme von 540° und jeder Innenwinkel an den fünf Ecken ist $540:5 = 108^\circ$ groß.

DIE DIAGONALEN IM REGULÄREN FÜNFECK

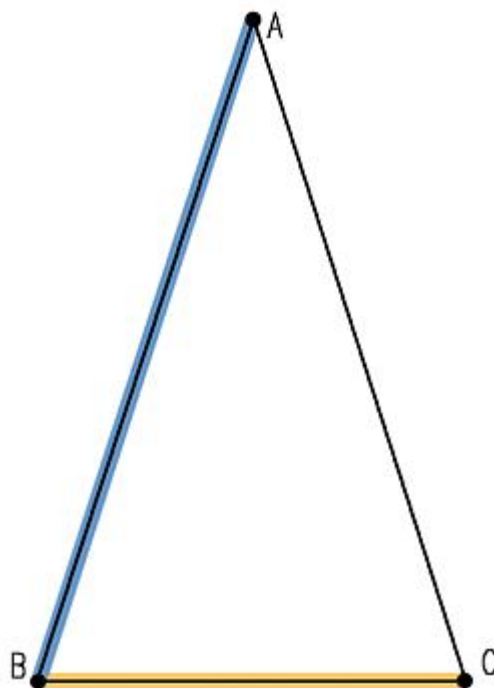
- Alle Diagonalen sind gleich lang.
- Je zwei Diagonalen, die sich nicht in einer Ecke des Fünfecks schneiden, teilen einander im goldenen Schnitt.



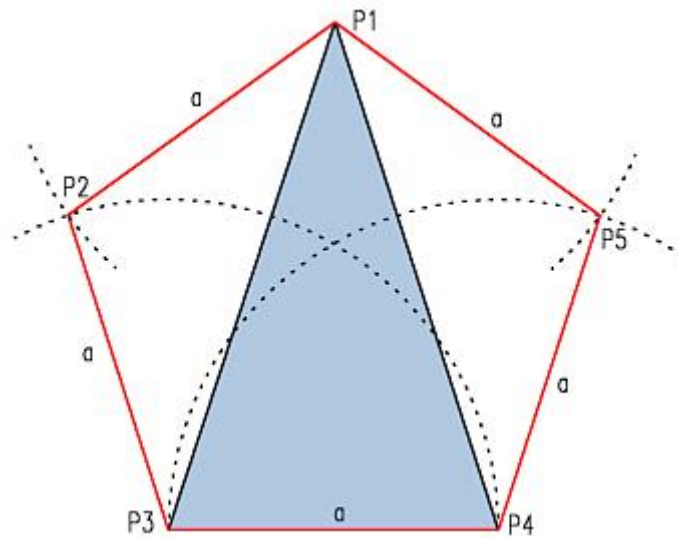
- Die Länge einer Seite und die Länge einer Diagonalen stehen im Verhältnis des goldenen Schnitts zueinander (Major $M3$, Minor $m3$).



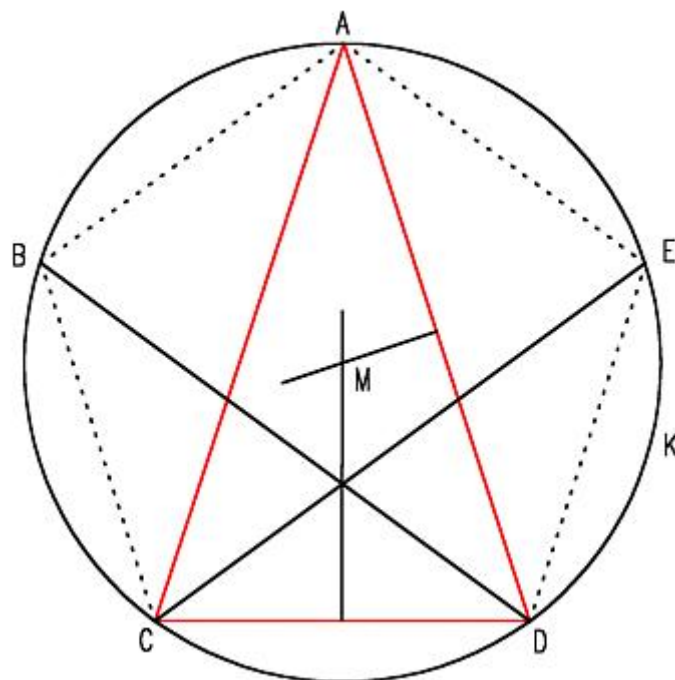
Im regulären Fünfeck finden sich gleichschenklige goldene Dreiecke mit einer Seite als Basis und den Diagonalen zum gegenüber liegenden Punkt als Schenkel.



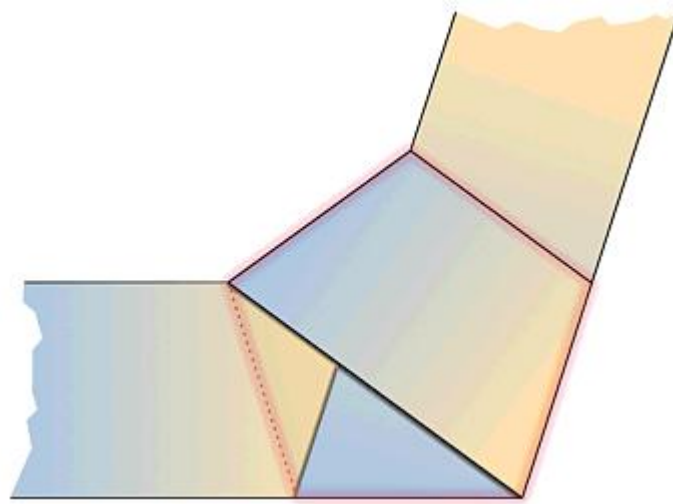
Mit dem Zirkel lässt sich aus dem goldenen Dreieck ein reguläres Fünfeck konstruieren.



Die folgende Konstruktion hat Euklid im vierten Buch seiner "Elemente" als 11. Aufgabe gestellt. Ausgangspunkt ist wiederum das goldene Dreieck, um das zunächst der Umkreis konstruiert wird (Schnittpunkt zweier Mittellote des goldenen Dreiecks). Die Winkelhalbierenden an den Basiswinkeln schneiden diesen in den gesuchten Punkten B und E.

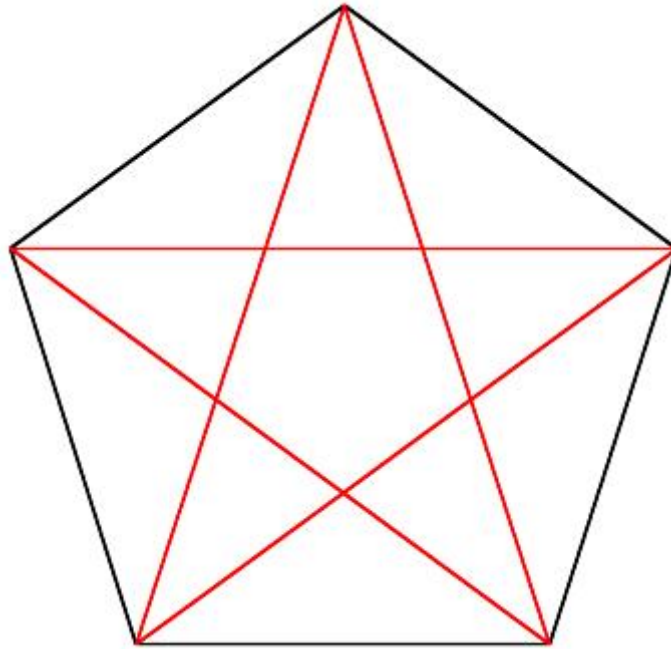


Eher ungewöhnlich, aber dennoch faszinierend ist die Konstruktion durch Papierfaltung. In einen langen, schmalen Streifen Papier macht man einen einfachen Knoten, zieht ihn fest und drückt ihn platt.



DAS PENTAGRAMM (auch Drudenfuß)

Das reguläre Fünfeck hat bei den Pythagoräern eine außerordentlich wichtige Rolle gespielt. Sie maßen ihm geheimnisvolle Kräfte und Eigenschaften zu. Das Pentagramm (oder Sternfünfeck) entsteht, wenn man die Diagonalen eines regulären Fünfecks einzeichnet, oder aber die Seiten eines solchen verlängert, bis sie sich schneiden. Es diente als Erkennungszeichen für die Mitglieder ihrer Bruderschaft.



In den gnostisch-manichäischen Glaubensgruppen, deren heilige Zahl die Fünf war, da sie fünf Elemente kannten (Licht, Luft, Wind, Feuer, Wasser), bildete das Pentagramm ein zentrales Sinnzeichen, das dann auch jüngere Sekten übernahmen so etwa die Bogumilen des Balkans. Auf ihren Grabsteinen wird es nicht selten dargestellt, ebenso in verhüllter Form als fünffingrige Hand.

Auf den Abraxas-Amuletten der Spätantike tritt dieser Fünfstern ebenso häufig auf wie später in der magischen Literatur des Abendlandes. Möglich ist es, dass sich darin eine geheime Unterströmung gnostischer Natur manifestiert, die sich vor dem offiziellen Kirchenglauben verbarg, wie vermutlich auch in der Ideologie der Alchemie. Traditionell wird die mit einer Spitze nach oben weisende Form als "weißmagisch", die umgekehrte als "schwarzmagisch" bezeichnet. In die "schwarzmagische" wurde oft ein satanischer Bockskopf eingezeichnet, in die andere eine Menschengestalt.

Auch die christliche Ikonographie verwendet den Fünfstern, und zwar als Hinweis auf die fünf Wunden des Gekreuzigten und als dem Kreis (wegen seiner geschlossenen Form) entsprechend als Symbol für die Verknüpfung von Anfang und Ende in Christus.

Auf Felsritzbildern des Alpenraums, meist aus dem späten Mittelalters und der beginnenden Neuzeit stammend, hat der Drudenfuß sicherlich eine apotropäische (Unheil abwehrende) Bedeutung.

Eine sehr bedeutende Rolle spielt das Pentagramm in der freimaurerischen Symbolwelt, mit Strahlen und Flammenbündeln in den Winkeln und einem G in der Mitte ausgestattet. Dieser "Blazing Star" ist bereits 1735 als Symbol im Freimaurertum nachweisbar. Er "erinnert uns an die Sonne, welche die Erde mit ihren Strahlen erleuchtet und der Menschheit ihre Segnungen zuteil werden läßt, indem sie allen auf Erden Licht und Leben gibt."

Ein später Reflex findet sich auch in Goethes "Faust". Mephistopheles kann Faustens Studierzimmer nicht verlassen, denn

"Gesteh ich's nur! Daß ich hinausspaziere,
Verbietet mir ein kleines Hindernis,
Der Drudenfuß auf Eurer Schwelle -"

worauf Faust erstaunt antwortet

"Das Pentagramm macht Dir Pein?"

Durch allerlei dienstbare Geister läßt er Faust einschläfern, um dann einer Ratte zu befehlen, "dieser Schwelle Zauber zu zerspalten", indem sie eine Spitze des Pentagramms abnagt und so Mephistopheles das Entkommen ermöglicht.

